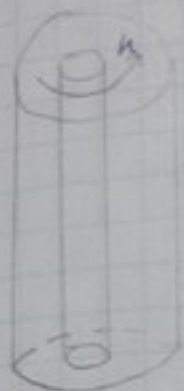


Д.З.

8.7.



Дано: R_1, R_2, I

$K(p) = ?$

$$1) \oint \vec{K} d\vec{e} = I$$

$$p < R_1$$

$$K \cdot 2\pi p = I \cdot \frac{\pi p^2}{\pi R_1^2}$$

$$K = \frac{I p}{2\pi R_1^2}$$

$$2) R_1 < p < R_2$$

$$K \cdot 2\pi p = I \Rightarrow K = \frac{I}{2\pi p}$$

$$3) p > R_2$$

$$K \cdot 2\pi p = 0 \Rightarrow K = 0$$

$$\text{Ответ: } K = \begin{cases} \frac{I p}{2\pi R_1^2}, & p < R_1 \\ \frac{I}{2\pi p}, & p \in (R_1, R_2) \\ 0, & p > R_2 \end{cases}$$

№ 8.2.



Дано: $\vec{a}, \vec{j}$

К-ми: $\vec{K} = ?$

1) $\vec{K} = \vec{K}_0 + \vec{K}'$

$\vec{K}_0$ - есм. токминой нробоу

$\vec{K}'$ - от нробоу

но м. о упрощении:

К. 2 $\vec{K} \cdot \vec{r} = \vec{K} \cdot \vec{r}^2 \cdot \vec{j}$

К. 2 $\vec{K} \cdot \vec{r}' = \vec{K} \cdot \vec{r}'^2 \cdot (-\vec{j})$

$\vec{K} = \frac{1}{2} [\vec{j}, \vec{r}]$

$\vec{K} = -\frac{1}{2} [\vec{j}, \vec{r}']$

$\vec{K} = \frac{1}{2} [\vec{j}, \vec{r} - \vec{r}'] = \frac{1}{2} [\vec{j}, \vec{a}]$

ТЦ:

$\int \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_0} d\vec{e}$
 $\frac{L}{2} - \vec{j}$

$\frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_0} \left(\frac{L}{2} \right)$

$\vec{B} = \left(\frac{L}{2} \right)$

№ 8.

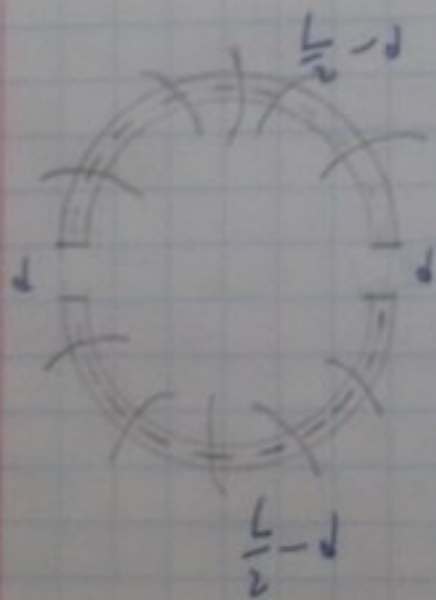
μ_2

μ_1

1) ϕ

$$\kappa = \frac{1}{2} [\vec{j}, \vec{r} - \vec{r}'] = \frac{1}{2} [\vec{j}, \vec{a}]$$

8.3.



Дано: μ_1, μ_2, d, L, N, F

И-ти: B ?

1) Ферромагнетик $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \vec{\kappa} = \frac{\vec{B}}{\mu \mu_0}$$

TL:

$$\int_{\frac{L}{2}-d}^{\frac{L}{2}} \frac{B}{\mu_1 \mu_0} dl + 2 \int_d^{\frac{L}{2}} \frac{B}{\mu_0} dl + \int_{\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}+d} \frac{B}{\mu_2 \mu_0} dl = NI$$

$$\frac{B}{\mu_1 \mu_0} \left(\frac{L}{2} - d \right) + \frac{B}{\mu_0} 2d + \frac{B}{\mu_2 \mu_0} \left(\frac{L}{2} - d \right) = NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\left(\frac{L}{2} - d \right) \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right) + 2d} = \boxed{\frac{\mu_0 NI \mu_1 \mu_2}{2d \mu_1 \mu_2 + \left(\frac{L}{2} - d \right) (\mu_1 + \mu_2)}}$$

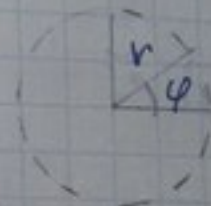
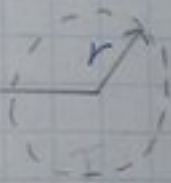
✓ 8.4.

8.4.

μ_2

μ_1

I



Дано: μ_1, μ_2, I

Найти: B ?

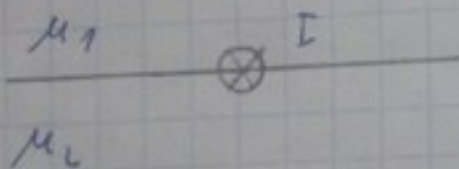
1) $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$, где $dl = r d\varphi$

$$H(\varphi) = \begin{cases} \frac{B}{\mu_2 \mu_0}, & \varphi \in [0; \bar{\lambda}] \\ \frac{B}{\mu_1 \mu_0}, & \varphi \in [\bar{\lambda}; 2\bar{\lambda}] \end{cases}$$

$$I = \int_0^{\bar{\lambda}} \frac{B r d\varphi}{\mu_2 \mu_0} + \int_{\bar{\lambda}}^{2\bar{\lambda}} \frac{B r d\varphi}{\mu_1 \mu_0} = \frac{B \bar{\lambda} r}{\mu_0} \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right)$$

$$B = \frac{I \mu_0 \mu_1 \mu_2}{\lambda r (\mu_1 + \mu_2)}$$

8.5.



Дано: μ_0, μ_1, μ_2

И-ми: H_1, H_2, B

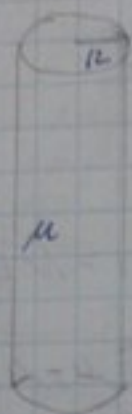
$$\begin{cases} H_1 \cdot \mu_1 + H_2 \cdot \mu_2 = H_0 \cdot \mu_0 \quad (\text{из Т. о циркуля}) \\ \mu_1 H_1 = \mu_2 H_2 \Rightarrow H_2 = \frac{\mu_1}{\mu_2} H_1 \end{cases}$$

$$2H_0 = H_1 \left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_2} \right) = H_1 \left(\frac{\mu_1 + \mu_2}{\mu_2} \right)$$

$$H_1 = \frac{2\mu_2 H_0}{\mu_1 + \mu_2}, \quad H_2 = \frac{2\mu_1 H_0}{\mu_1 + \mu_2}$$

из пункта 8.4 $\Rightarrow B = \frac{2\mu_0 \mu_1 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} H_0$

✓ 8.8.



Dano: μ, R, I

K-mu: $B(r) = ?$

1) $0 \leq r < R$

$$\Gamma = \oint_L \vec{H} d\vec{e} = \frac{I \cdot \lambda r^2}{\pi R^2} = \frac{I r^2}{R^2}$$

$$H \cdot 2\pi r = \frac{I r^2}{R^2} \Rightarrow H = \frac{I r}{2\pi R^2}$$

$$B_1 = \frac{\mu \mu_0 I r}{2\pi R^2} = \mu \mu_0 H$$

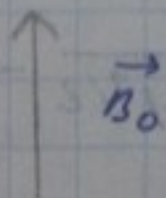
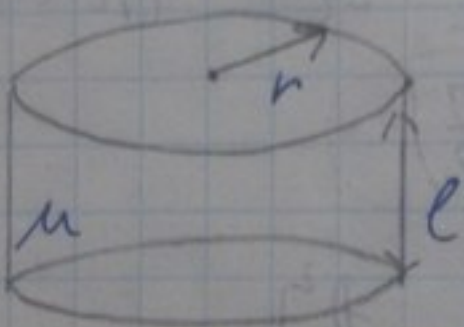
2) $r > R$

$$\Gamma = \oint_L \vec{H} d\vec{e}$$

$$H \cdot 2\pi r = \Gamma \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r} \Rightarrow B_2 = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\text{Answer: } B = \begin{cases} \frac{\mu \mu_0 I r}{2\pi R^2}, & 0 \leq r \leq R \\ \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi r}, & r > R \end{cases}$$

8.10.



Given: r, l, μ, B_0

μ -m: B_0 - !

2) Γ' - повърхностна ток
 Загубите вследствие на холдова и промяната
 на ток

$$d\Gamma' = \frac{\Gamma'}{l} \cdot dz$$

$$B = \int_0^l \frac{\mu \mu_0 \Gamma' dz}{2l} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\mu \mu_0 \Gamma'}{2l} \cdot \frac{z}{(R^2 + z^2)^{1/2}} \Big|_0^l =$$

$$= \frac{\mu \mu_0 \Gamma' l}{2l(R^2 + R^2)^{1/2}} = \frac{\mu \mu_0 \Gamma'}{2(R^2 + R^2)^{1/2}} \times \frac{\mu \mu_0 \Gamma'}{2R}$$

2) $\Gamma' = ?$

$$\oint B dl = \Gamma' \Rightarrow B_{out} \cdot l - B_{in} l = \mu_0 \Gamma'$$

$$B_{out} = B_0$$

$$\kappa_{20} = \kappa_{10}$$

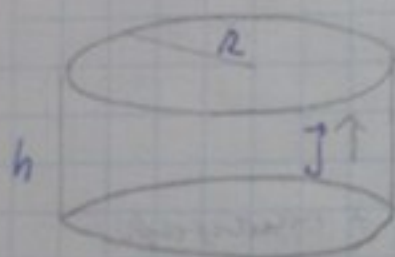
$$\frac{B_0}{\mu \mu_0} = \frac{B}{\mu_0} \Rightarrow B_{in} = \frac{B_0}{\mu}$$

$$B_0 l - \frac{B_0 l}{\mu} = \Gamma' \cdot \mu_0 \Rightarrow \Gamma' = \frac{B_0 l}{\mu_0} \left(1 - \frac{1}{\mu}\right) = \frac{B_0 l}{\mu \mu_0} (\mu - 1)$$

$$B = \frac{\mu \mu_0}{2R} \cdot \frac{B_0 l}{\mu \mu_0} (\mu - 1) + B_0 =$$

$$= B_0 \left(\frac{l(\mu - 1)}{2R} + 1 \right)$$

8.11



Дано: $J, h, R, h \ll R$

Х-му: $B = ?$

$$1) J = j' \Rightarrow I' = J \cdot h$$

плотность
тока (current
density)

Поток магнитного поля по боковой поверхности
цилиндра, а т.к. $h \ll R$, то вычисляем
его можно считать равным с током.

$$2) B = \frac{\mu_0 I'}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (\text{см. пар. 7})$$

$$B = \frac{\mu_0 J h}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \approx \boxed{\frac{\mu_0 J h}{2 R}} \quad \text{при } h \ll R$$

1) I' - ток
по боковой

поверхности

$$dI' = \frac{I}{e}$$

$$B = \int_0^e \frac{\mu_0}{2}$$

$$= \frac{\mu_0}{2}$$

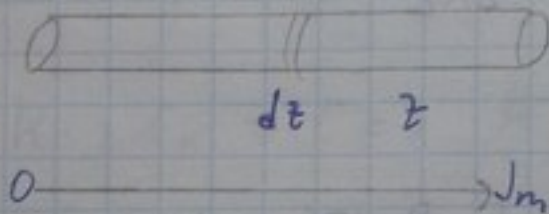
2) I' - ток

по боковой

поверхности

и т.д.

✓ 8.22.



1) $J = ax + b$

$$J(0) = 0 \Rightarrow b = 0, \quad J(l) = J_m \Rightarrow J = \frac{J_m}{l} x$$

2) Разобьем элемент на тонкие участки шириной dz . Так как они тонкие, то можно считать, что по ним течет только поверхностный ток $\Rightarrow$ можно считать infinitely thin

I: $\frac{\mu_0 J_m}{2l}$

=

II: $\frac{\mu_0 J_m}{2l}$

=

4) $B = \frac{\mu_0 J_m}{2l}$

=

схему изогнутого витков с током.

$$3) I = \frac{J_m}{\ell} (\ell - z)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (\text{см. 7 параграф})$$

$$B = \int_0^{\ell} \frac{\mu_0 J_m (\ell - z)}{2\ell} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} dz =$$
$$= \underbrace{\int_0^{\ell} \frac{\mu_0 J_m}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} dz}_I - \underbrace{\int_0^{\ell} \frac{\mu_0 J_m z}{2\ell} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} dz}_II$$

$$I: \frac{\mu_0 J_m}{2} \int_0^{\ell} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} dz = \frac{\mu_0 J_m}{2} \cdot \frac{z}{(R^2 + z^2)^{1/2}} \Big|_0^{\ell}$$

$$= \frac{\mu_0 J_m}{2} \cdot \frac{\ell}{(R^2 + \ell^2)^{1/2}}$$

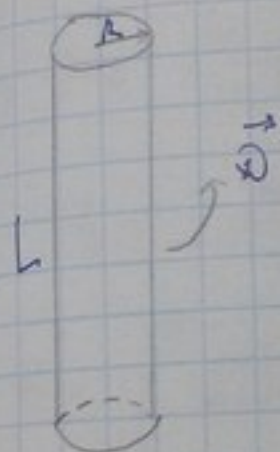
$$II: \frac{\mu_0 J_m R^2}{2\ell} \int_0^{\ell} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} dz = - \frac{\mu_0 J_m R^2}{2\ell} \cdot \frac{1}{(R^2 + z^2)^{1/2}} \Big|_0^{\ell}$$

$$= - \frac{\mu_0 J_m R^2}{2\ell} \left(\frac{1}{(R^2 + \ell^2)^{1/2}} - \frac{1}{R} \right)$$

$$4) B = \frac{\mu_0 J_m}{2\ell} \left(\frac{\ell^2}{(R^2 + \ell^2)^{1/2}} + \frac{R^2}{(R^2 + \ell^2)^{1/2}} - \frac{1}{R} \right) =$$

$$= \frac{\mu_0 J_m}{2\ell} \left(\sqrt{\ell^2 + R^2} - R \right)$$

✓ 8.13.



дано: μ, ω, L, R, Q

К-ми: B - ?

$$dC = \frac{dQ}{2\pi} \cdot \omega$$

$$\oint \vec{B} d\vec{e} = \mu\mu_0 I$$

$$\int_0^L B d\ell = \mu\mu_0 \int \frac{dQ}{2\pi} \omega d\ell$$

$$BL = \mu\mu_0 \cdot \frac{\omega Q}{2\pi}$$

$$B = \frac{\mu\mu_0 \omega Q}{2\pi L}, \quad \mu = \frac{Q\omega}{2\pi L}$$

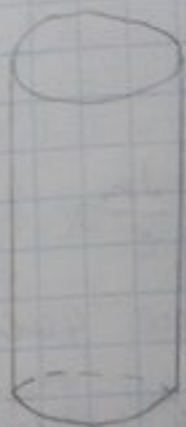
✓ 8.15.

$$\mu\mu_0 I$$

$$= \frac{\mu \mu_0 I}{2 \pi r}$$

$$B = \frac{\mu \mu_0 \omega Q}{2 \pi L}, \quad \mu = \frac{Q \omega}{2 \pi L}$$

8.15.



Дано: r, R, I, μ, μ_0

И-мн: $B(r) = ?$

1) $0 \leq r \leq R$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \frac{I r^2}{R^2}$$

$$2 \pi r H = \frac{I r^2}{R^2}$$

$$H = \frac{I r}{2 \pi R^2}$$

$$B = \mu \mu_0 H = \frac{\mu_0 (r \times I)}{2 \pi R^2}$$

$$2) v > R$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{e} = I$$

$$\hookrightarrow \int \lambda v H = I \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi v}$$

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{2\pi v}$$

$$\text{Answer: } B = \begin{cases} \frac{\mu_0 (1+x) I v}{2\pi R^2}, & 0 \leq v \leq R \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi v}, & v > R, \end{cases}$$

✓ 8.12.

3) Найдём внутреннюю индукцию

$$B_{in} = \int_0^l \frac{\mu \mu_0 \gamma'^2}{2l(r^2+z^2)^{3/2}} dz = \frac{\mu \mu_0 \gamma'}{2l} \frac{z}{(r^2+z^2)^{1/2}} \Big|_0^l =$$

$$= \frac{\mu \mu_0 \gamma' l}{2l(r^2+l^2)^{1/2}} = \frac{\mu \mu_0 \gamma'}{2(l^2+r^2)^{1/2}} \approx$$

$$\approx \text{if } l \ll r \approx \frac{\mu \mu_0 \gamma'}{2r}$$



$$\uparrow B_{out} = B_0$$

(*)

4) Найдём γ' . Для этого воспользуемся теоремой о циркуляции (см (*))

$$\oint B dl = \mu_0 \gamma'$$

$$B_{out} l - B_{in} l = \gamma' \mu_0$$

$$B_{out} = B_0$$

$$B = B_{in} + B_{out} = B_{in} + B_0$$

Запишем граничные условия

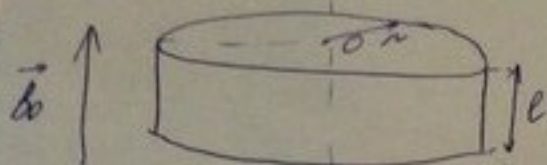
$$H_{2r} = H_{1r} \Rightarrow \frac{B_{2r}}{\mu \mu_0} = \frac{B_{1r}}{\mu_0} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} B_{2r} \approx B_{in} \\ B_{2r} \approx B_{out} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow B_0 l - \frac{B_0 l}{\mu} = \gamma' \mu_0 \Rightarrow \gamma' = \frac{B_0 l}{\mu_0} \left(1 - \frac{1}{\mu} \right) = \frac{B_0 l (\mu - 1)}{\mu_0 \mu}$$

$$B = \frac{\mu \mu_0}{2r} \frac{B_0 l (\mu - 1)}{\mu_0 \mu} + B_0 = B_0 \left(\frac{l(\mu - 1)}{2r} + 1 \right)$$

Задача 8.10

S. KEW. R.



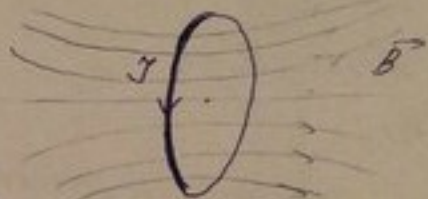
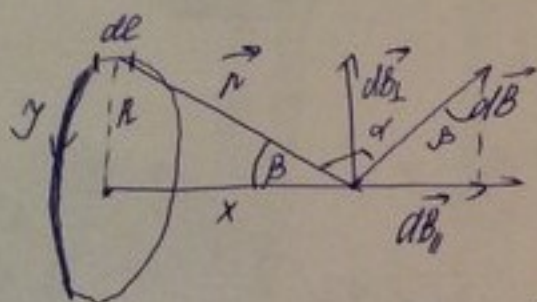
Найти:
 $\vec{B}, \vec{E}, \vec{H}, \vec{D}, \vec{B}_0; \vec{E}, \vec{H}$
 найти $\vec{B} = ?$ (7.0)

Решение

1) $\vec{J}$ — поверхностный ток.

$$d\vec{J} = \frac{\vec{J}}{l} dx$$

2) Разобьем цилиндр на кольца для дальнейшего интегрирования.
 Найдем индукцию магнитного поля для кольца с радиусом R , с циркуляцией токов $\vec{J}$.



$d\vec{B}$ перпендикулярно плоскости, которую проходят $d\vec{l}$ и $\vec{n}$ $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ результирующий вектор будет направлен вдоль оси круга тока

Результирующий вектор будет направлен вдоль оси круга тока

$\forall d\vec{B}$ вынесет $d\vec{B}_1$ и $d\vec{B}_2$. $d\vec{B}_2$ взаимно уничтожит.

$$d\vec{B}_1 = dB \sin \beta \quad \sin \beta = \frac{R}{n}$$

$$\sin \alpha = 1 \Rightarrow dB_1 = dB \frac{R}{n} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{J dl}{r^2} \frac{R}{n}$$

$$n = \sqrt{R^2 + x^2}$$

$$B = \int dB_1 = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 \mu J R}{4\pi r^3} dl = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2\pi R^2 J}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$